

学籍番号 _____ 名前 _____

以下の各問に答えてください。ただし、試験に際して、次のような方針に従ってください。

- 下線がついたところは、穴埋めです。もっともふさわしい語句を記入してください。
- 四角い欄は記述式です。配点に気をつけながら、ポイントを明確にし、論旨がはっきりわかるように書いてください。
- テストも講義の一環です。このテストも学ぶ姿勢で臨んでください。

1. _____ は数値と単位で構成される。ある単位を決めると、別の単位について自然な決め方があることがある。例えば距離(長さ)の単位を [m] とすると、面積の単位は [m²] とするのが自然である。そこで、いくつかの単位を定め、他の単位を自然に決まる単位にして体系を作ることができる。こうしてできた体系を _____ という。その体系の中で基本的な単位を _____ 単位といい、それらを組み合わせて作る単位を _____ 単位という。現在、世界で利用することが推奨されている単位の体系は、_____ (アルファベット 2 文字で表すこと) である。(各 2 点)
2. 水の密度は、おおよそ 1[kg/ℓ] である。これを単位換算すると、_____ [kg/m³] となる。また、空気の密度は、おおよそ 1[g/ℓ] である。これを単位換算すると、_____ [kg/m³] となる。(各 2 点)
3. 自然科学全体で考えると、扱う数値の範囲はとても広い。すると、数値を書き表すときに桁数が多くなり不便である。そこで、10ⁿ とのかけ算で表すこともあるし、また、接頭辞と呼ばれるものをつけて表すことも多い。次の表は接頭辞についてまとめたものである。(各 1 点)

記号	読み	意味
_____	_____	10 ³
_____	_____	10 ²
da	デカ	_____
d	_____	10 ⁻¹
c	_____	_____
m	_____	_____

4. 次の二つのベクトルを右の余白に図示し、その和も図示しなさい。座標軸も自分で描きなさい。(6 点)

$$\vec{x}_1 = (1, 5)$$

$$\vec{x}_2 = (3, -2)$$

5. 次の計算をして簡単にしなさい。(各 2 点)

(a) $10^{-3} \times 10^8 =$ _____

(b) $10^4 - 10^3 =$ _____

(c) $10^5 \div 5^5 =$ _____

6. 次の単語の定義あるいは説明を書きなさい。一部に図を用いても構わない。(各5点)

(a) 微分

(b) 加速度

「微分」という言葉を利用しても構いません。

(c) ニュートンの力学の法則のうち、第二法則

(d) ローレンツ力

ヒント：「電流」ではなく「電荷」

(e) アンペールの法則

(f) 波の干渉

7. 次の二つの単語の違いについて説明しなさい。(各 5 点)

(a) 重さと質量

ヒント：スペースシャトルの中の状況を考えなさい。

8. 次の現象をニュートンの運動の法則を用いて説明しなさい。(各 5 点)

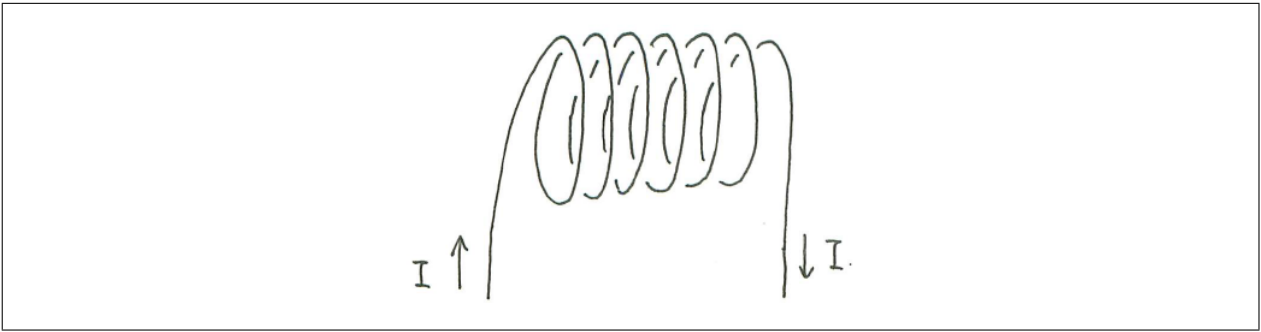
(a) 凍結した道路の上で歩きだそうとしても、つるつる滑って進めない(第一法則)。

(b) 平でなめらかな机の上に、同じ質量同じ磁力の磁石 2 個をお互いに引き合うように置く。すると、二つの磁石は両方動き、ちょうど中央でくっついた(第三法則)。

9. 次の式で表される波は、 x のプラスの方に向かって進む波か、それともマイナスの方に進む波か。その答えと理由を書きなさい。ただし、式中の文字は、講義で扱った量を表すとする。(5 点)

$$y = A \sin(kx - \omega t)$$

10. アンペールの法則を考えると、次のようなソレノイドコイルの周りにはどのような磁場が発生すると考えられるか。図示しなさい。(I は流れる電流を表す。5点)



11. 地球表面からロケットが飛び立つことを考える。ただし、大気による摩擦は考えず、また、ロケットは離陸直後にエンジンを停止するとする。このロケット(質量 m , 速度 v) について、エネルギー $\frac{1}{2}mv^2$ と、地球(質量 M) との万有引力によるエネルギー $-G\frac{Mm}{r}$ の合計は、時間が経っても変化しないとする (G は万有引力定数。 r は地球の中心とロケットとの距離)。 (各 2 点, 例外あり)

- (a) $\frac{1}{2}mv^2$ で表される速度に関係したエネルギーを _____ エネルギーという。
- (b) $-G\frac{Mm}{r}$ で表されるロケットの場所に関係したエネルギーを _____ エネルギーという。
- (c) ロケットが地球から遠ざかると、 $-G\frac{Mm}{r}$ の値は _____ くなる。二つのエネルギーの合計が一定であることを考えると、エネルギー $\frac{1}{2}mv^2$ が _____ くなり、これはロケットが減速することを意味している。言葉を代えると、万有引力で少しずつブレーキがかかるのである。
- (d) 値が一定になる $\frac{1}{2}mv^2 - G\frac{Mm}{r}$ を時間で微分してみる。すると、次のようになる。

$$\frac{1}{2}m \times (2v) \times \frac{dv}{dt} + G\frac{Mm}{r^2} \frac{dr}{dt} = \underline{\hspace{2cm}}$$

値が時間的に変化しないので、右辺の値はこのようになる。 $\frac{dr}{dt}$ は、地球からの距離の時間変化なので _____ である。そこで、次のように変形される。

$$m \times \frac{dv}{dt} = -G\frac{Mm}{r^2}$$

左辺は質量と加速度の積を表し、右辺はロケットに作用する万有引力を表している。そこで、この式は、ロケットについての _____ そのものである。

- (e) ロケットが更に減速すると、やがて停止してしまう。初期の速度を v_0 とし、初期の地球とロケット間の距離を r_0 とする。すると、ロケットが停止したときの地球-ロケット間の距離 r_1 は、次の式で与えられる。

$$\frac{1}{2}mv_0^2 - G\frac{Mm}{r_0} = \frac{1}{2}m \cdot 0^2 - G\frac{Mm}{r_1}$$

よって、

$$r_1 = \underline{\hspace{2cm}} \quad (6 \text{ 点})$$

となる。

- (f) このような考察の結果、 $v_0^2 = \frac{2GM}{r_0}$ のとき、 r_1 は _____ になる。つまり、この時、ロケットは帰ってこないことになる。