7 章 仕事とエネルギー

---

§7.1 序論

- エネルギー保存の法則：時間の対称性と関連
  事実上、問題を解くときにも多用される。

---

§7.2 一定の力がする仕事

- 仕事の定義：(7.1) 式 (cf. (7.4), (7.11), (7.20))
  (力) × (力の方向の変位)
- 注意：「どの力が」「何に」した仕事か、常に意識すること！ (cf. 作用反作用の法則)
- 仕事の単位：[N・m] = [J] (ジュール)

---

§7.3 2 つのベクトルのスカラー積

- 定義：$\boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{s} = Fs\cos\theta$
- 性質
  1. 交換法則：$\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B} = \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{A}$
  2. 結合法則：$\boldsymbol{A} \cdot (\boldsymbol{B} + \boldsymbol{C}) = \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B} + \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{C}$
  3. 単位ベクトル：$\boldsymbol{i} \cdot \boldsymbol{i} = \boldsymbol{j} \cdot \boldsymbol{j} = \boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{k} = 1, \quad \boldsymbol{i} \cdot \boldsymbol{j} = \boldsymbol{i} \cdot \boldsymbol{k} = \boldsymbol{j} \cdot \boldsymbol{k} = 0$
  4. ベクトルの成分：$\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B} = (A_x\boldsymbol{i} + A_y\boldsymbol{j} + A_z\boldsymbol{k}) \cdot (B_x\boldsymbol{i} + B_y\boldsymbol{j} + B_z\boldsymbol{k})$

---

§7.4 力が変化する場合 (積分)

- 積分による表現：$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx$
  例：バネが物体にする仕事 $\int F dx = \int -kx dx$

---

§7.5 仕事と運動エネルギー

- 運動方程式からの導出

$$\begin{aligned} F &= m\frac{dv}{dt} \\ \int F dx &= \int m\frac{dv}{dt}dx = \int m\frac{dv}{dt}\frac{dx}{dt}dt = \int mv\frac{dv}{dt}dt = \int \frac{d\frac{1}{2}mv^2}{dt}dt = \frac{1}{2}mv^2 + C \end{aligned}$$

- 三次元的な仕事の定義：$\int \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{s} = \int F_x dx + \int F_y dy + \int F_z dz$

---

§7.6 仕事率

- 定義：短い時間 dt にする仕事 $\boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{s}$ から求めた単位時間あたりの仕事の量
  $\frac{\boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{s}}{dt} = \boldsymbol{F} \cdot \frac{d\boldsymbol{s}}{dt} = \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{v}$
- 単位：[J/s] = [W](ワット) = [Nm/s] = [kg m^2/s^3]