

## 7章 仕事とエネルギー

---

### §7.1 序論

- エネルギー保存の法則：時間の対称性と関連  
事実上、問題を解くときにも多用される。
- 

### §7.2 一定の力がする仕事

- 仕事の定義：(7.1)式 (cf. (7.4), (7.11), (7.20))  
(力) × (力の方向の変位)
  - 注意：「どの力が」「何に」した仕事か、常に意識すること！ (cf. 作用反作用の法則)
  - 仕事の単位：[N · m] = [J] (ジュール)
- 

### §7.3 2つのベクトルのスカラー積

- 定義： $\mathbf{F} \cdot \mathbf{s} = F s \cos \theta$
  - 性質
    1. 交換法則： $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$
    2. 結合法則： $\mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} + \mathbf{A} \cdot \mathbf{C}$
    3. 単位ベクトル： $\mathbf{i} \cdot \mathbf{i} = \mathbf{j} \cdot \mathbf{j} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{k} = 1$ ,  $\mathbf{i} \cdot \mathbf{j} = \mathbf{i} \cdot \mathbf{k} = \mathbf{j} \cdot \mathbf{k} = 0$
    4. ベクトルの成分： $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = (A_x \mathbf{i} + A_y \mathbf{j} + A_z \mathbf{k}) \cdot (B_x \mathbf{i} + B_y \mathbf{j} + B_z \mathbf{k})$
- 

### §7.4 力が変化する場合 (積分)

- 積分による表現： $W = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx$   
例：バネが物体にする仕事  $\int F dx = \int -kx dx$  (ゆっくり=加速せず)
- 

### §7.5 仕事と運動エネルギー

- 運動方程式からの導出

$$F = m \frac{dv}{dt}$$
$$\int F dx = \int m \frac{dv}{dt} dx = \int m \frac{dv}{dt} \frac{dx}{dt} dt = \int mv \frac{dv}{dt} dt = \int \frac{d\frac{1}{2}mv^2}{dt} dt = \frac{1}{2}mv^2 + C$$

- 三次元的な仕事の定義： $\int \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = \int F_x dx + \int F_y dy + \int F_z dz$
- 

### §7.6 仕事率

- 定義：短い時間  $dt$  にする仕事  $\mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$  から求めた単位時間あたりの仕事の量  
 $P \equiv \frac{\mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}}{dt} = \mathbf{F} \cdot \frac{d\mathbf{s}}{dt} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}$
- 単位： $[J/s] = [W](\text{ワット}) = [Nm/s] = [kg \text{ m}^2/s^3]$