第11章　友だちの友だちの友だち

11.1　爆発的な数の増加

ねずみ算

数の増え方に関して、日本では「雪だるま式に膨らんで」とか、「ねずみ算的に増えて」という言い方があります。

このうちのねずみ算について考えてみましょう。ねずみが、生まれてから 1ヶ月で親になり子供を生むと仮定しましょう。また、メスは 1 度に 10 匹の子供を生むとし、生まれるのはオスとメスが半分ずつとします。

するとどうなるでしょうか。もともと 2 匹だったねずみが 10 匹のねずみを産んだのが 1 月として考えると、2 月には合計 12 匹のねずみ (メスは 6 匹) から $6 \times 10 = 60$ 匹のねずみが生まれます。合計 72 匹になります。3 月には、合計 72 匹のねずみ (メスは 36 匹) から、$36 \times 10 = 360$ 匹生まれ、合計 432 匹になります。これを繰り返していくとどうなるでしょうか。調べた結果を表にしてみます。

月	親の数	生まれる子の数	合計
1	2	10	12
2	12	60	72
3	72	360	432
4	432	2160	2592
5	2592	12960	15552
6	15552	77760	93312
7	93312	466560	559872
8	559872	2799360	3359232
9	3359232	16796160	20155392
10	20155392	100776960	120932352
11	120932352	604661760	725594112
12	725594112	3627970560	4353564672

こうしてみてみると、規則性があることがわかります。どの列を見ても、ひと月経つと、数が 6 倍になっています。そして、一定の数をかけ続けると、すぐに膨大な数になることがわかります。このような増え方をねずみ算的な増え方、といいます。

ねずみ算的な増え方は、何と関連づけて考えられるでしょうか。

人口の増え方

一つは、人間の数 (人口) のについてです。マルサスの人口論で議論されています。人間の増え方はネズミ算的です。これをマルサスの人口論では、幾何級数的とか、等比数列的とかいった表現を使いますが、数学的には、指数関数的な増え方といいます。それに対して、農業の生産力はそれほど増えません。これをマルサスの人口論では、算術級数的とか、等差数列的と表現しています。数学的には代数的な増え方といいます。代数的な増加に対して、指数関

数的な増加は圧倒的であるので、やがて、食料生産は人口の増加に追いつかなくなる、という議論です。

20 世紀以降の人口の増え方はとても急激です。このような増え方をしていると、食料だけでなく、様々な資源が枯渇し、環境が悪化することが考えられます。「人口爆発」といった表現がもてはやされて、問題視された時期がありました。

ちなみに、現在、一見、食料生産が逼迫していない (日本で食料が不足していない) ように見えるのは、もちろん、途上国にその負荷を押し付けている部分もあります。そして、化学肥料が用いられるようになったことも重要なポイントです。農業生産を高めた化学肥料も、その重要な原料であるリン鉱石は、有限な資源です。以前は 100 年程度で枯渇すると考えられてきました。現在では、以前より多くの（約 10 倍の）資源があると考えられています。しかし、有限であることに違いはありません。

金利計算

もう 1 つの例は借金です。借金をすると、余分にお金を返さなければなりません。余分なお金の分を利子といいます。利子は法律で上限が決まっています。しかし、ここでは簡単のために、毎月 10%の利子がつくこと仮定して計算しましょう。最初に 10 万円の借金をしたとします。1ヶ月後には借金が 10% 増えるのですから、11 万円の借金になります。2ヶ月後には、11 万円の 10%が増えますから、1 万 1 千円増えて、12 万 1 千円になります。このような計算を複利計算と言います。

さて、これを繰り返して、実際に計算した数字をあげてみましょう。

経過時間	借金総額
1ヶ月後	110,000
2ヶ月後	121,000
3ヶ月後	133,100
4ヶ月後	146,410
5ヶ月後	161,051
6ヶ月後	177,156
7ヶ月後	194,872
8ヶ月後	214,359
9ヶ月後	235,795
10ヶ月後	259,374
11ヶ月後	285,312
12ヶ月後	313,842
2 年後	984,973
3 年後	3,091,268
4 年後	9,701,723
5 年後	30,448,165

2 年でおおよそ 10 倍、4 年でおおよそ 100 倍になってしまいます。これは極端な例ではありますが、借金を放っておくととんでもないことになることがわかります。

紙の厚さ

お金の話、しかも、何年も後の話で、その上、100 万円以上の大金となると、ピンとこないかもしれません。そこで、もっと身近な例を挙げてみましょう。それは、紙です。ここでは、仮に、紙の厚さを 0.1 mm としましょう。それを折りたたんでいくと、どのような厚さになるのか、考えてみましょう。

1 回折りたたむと、厚さは 0.2 mm になります。
2 回折りたたむと、厚さは 0.4 mm になります。
3 回折りたたむと、厚さは 0.8 mm になります。
4 回折りたたむと、厚さは 1.8 mm になります。
5 回折りたたむと、厚さは 3.2 mm になります。
6 回折りたたむと、厚さは 6.4 mm になります。
7 回折りたたむと、厚さは 12.8 mm = 1.28 cm になります。
8 回折りたたむと、厚さは 2.56 cm になります。
9 回折りたたむと、厚さは 5.12 cm になります。
10 回折りたたむと、厚さは 10.24 cm になります。

この計算を繰り返すと、

20 回：104.9m
25 回：3355.4m 〜 富士山の高さ程度
42 回：43.9 万 km 月までの距離よりも長い

となります。わたしたちが日常生活で扱える程度の回数で、天文学的な長さになることがわかります。

この話を授業ですると、学生の皆さんから、必ず次のような反応があります。「折れるんですか？」答えは、もちろん、折れない、です。しかし、なぜ折れないのか、というと、上のことが関係あります。10 回折りたたむんで厚さが 10.24cm になったとしましょう。これを想像してみてください。折った紙の、本の背に当たる部分の長さが 10.24cm なので、9 回折りたたんだ段階で、10.24cm の長さがなければ折りたたむことができるはずがありません。

友達の友達の数

人間は社会的な生き物なので、全く他の人の手助けなしに生きていくことはできません。例えば、自分で畑を耕し、自分でそれを食べる場合でも、どんな食物が食べられるのか、どのようにすれば田や畑を作ることができるのか、そうしたことを学ばなければできません。まして、都会に暮らす人々は、自分で食物を作っていないのですから、他の人の助けなしに生きることは不可能です。そこで、人間には、必ず誰か知り合いがいます。場合によっては、過去の人 (故人) だったり、ネット越しの知り合いかもしれせん。

ケビン・ベーコンという映画俳優がいます。この俳優は、ふとしたことからも有名になりました。それは、1995 年頃にアメリカの学生が「ベーコン数」というものを提唱したからです。ベーコンはアメリカの映画俳優なので、映画で共演する人がいます。そこで、ベーコンと共演した人をベーコン数 1 とします。次に、ベーコン数 1 の映画俳優と共演した映画俳優をベーコン数 2 とします。このようにベーコン数を定義します。するとどうでしょう。アメリカの映画俳優のほとんどが、ベーコン数 4 以下でした。4 人を介してケビン・ベーコンと共演の関係があることがわかったのです [1]。

さて、それでは、私たちはどれくらいの人を介してケビン・ベーコンとつながっているでしょうか。私達のベーコン数はいくつでしょうか。そんなことを考えてみましょう。

簡単のために、みなさんの知り合いが 500 人いたとしましょう。人によってはもっといるかもしれませんし、もっと少ないと言う人もいるでしょう。しかし、幼稚園のころの知り合い、小学校・中学・高校、そして大学の知り合いや、その他にアルバイト先、親類などを入れると、多くの人が数百人の知り合いがいると思われます。とにかく、500 人の知り合いがいたとしましょう。

次に、それぞれの人の知り合いがあまり重複していないとします。友達の知り合いは、自分の知り合いであることが多いのですが、それは置いておきます。

[1] この段落の内容は、「SYNC なぜ自然はシンクロしたがるか」に基づいています

すると導き出される結論は、「知り合いの知り合い」は、500 × 500 = 250000 人になるということです。ゼロが多いと嫌になりますね。そこで、25 万人という書き方にしましょう。では、同様に、「知り合いの知り合いの知り合い」を計算してみましょう。250000 × 500 = 125000000 人です。つまり 1 億 2 千 5 百万人です。これは、日本の人口とほぼ同じです。つまり、このような仮定をすると、みなさんの「知り合いの知り合いの知り合い」は、日本中の人の数と同じになるはずです。どこかに隠れ住んでいる人など、極端に知り合いが少ない人は例外として存在するでしょう。しかし、多くの日本人の場合には、あなたの「知り合いの知り合いの知り合い」でカバーできそうです。

私はみなさんの知り合いですが、私の知り合いには宇宙飛行士や国会議員だった人がいます。そこで、日本人宇宙飛行士の全員は、確実に、みなさんの「知り合いの知り合いの知り合い」ですし、国会議員の、おそらく半数ぐらいは、「知り合いの知り合いの知り合い」でしょう。そう聞くと、案外間違いでもなさそうだ、という気になってきませんか？

更に、「知り合いの知り合いの知り合いの知り合い」を考えてみましょう。125000000 × 500 = 62500000000 人です。これは、625 億人です。私達の住む地球上の人口 (約 70 億人) をはるかに上回っています。地球上の人は、「知り合いの知り合いの知り合いの知り合い」でかなりの範囲をカバーできるに違いありません。私の友人はイギリスに住んでいますし、ロシアやフィンランドには親しい仲間もいます。みなさんも GO プログラムなどで海外に知り合いを作ると、一気に世界は縮んだように感じることができるはずです。

次々に分裂する (仮想的な) 生物の増え方

次のような問題を考えてみましょう。

> 問題
> ある仮想的な生物を考える。この生物は、１つの細胞だけでできている生物で、２つに細胞分裂して増える。栄養や温度などの条件を整えると、分裂後、1 時間で再び分裂するようになる。
> この生物を、専門の容器内で、条件を整えて増やしたところ、100 時間かけて容器の半分にまで増やすことに成功した。
> この生物を容器いっぱいまでに増やすのに、後どれだけの時間が必要だろうか。

みなさんはすぐに答えがわかったでしょうか。もちろん、実際にはこのような生物はいないでしょうし、いたとしても数が増えるに従って、生物に必要な栄養・水・酸素などが不足しがちになります。そういう意味で、条件を整えることはとても難しくなります。ここでは、そういった問題を度外視して考えましょう、ということです。

この問題の答えは講義でお話しすることにしますので、考えてみてください。

バイバイン

私が子供のころには、こんな歌がありました。

> ♪ポケットの中にはビスケットが一つ。ポケットたたくとビスケットが二つ♪ (童謡「ふしぎなポケット」)

同じようなドラえもんのひみつ道具「バイバイン」があります。バイバインは液体で、これをふりかけた食べ物（くりまんじゅう）は、5 分ごとに 2 倍に増えます。ドラえもんに「決して食べ残さないように」ときつく言われたにもかかわらず、のび太は食べ残し…。

組み合わせ爆発

これまで見てきたように、数が爆発的に増えることがあります。多くの場合、掛け算がからんでいることがわかるでしょう。数学で勉強したような「場合の数」もその例です。例えば、碁盤や将棋盤のような升目を考えます。一つの角から、同じ道を 2 度通らずに、対角線上の他の角へいく道の数は、升目が多くなると急速に大きくなります。

11.2 フィードバック

さて、これまで述べてきたことは、単純にその数が増えるようなことを、やや仮想的に考えてきました。ところが、こうした算数の計算が、実際の現象に対応することが、よくあります。

ハウリング

例えば、ハウリングです。

マイクとスピーカが近い時に、ボワーンとした音やキィーンとした音が大きく鳴ることがあります。これをハウリングといいます。ハウリングはどのようにして起こるのでしょうか。

通常、マイクとスピーカの間には、アンプと呼ばれる装置が入っています。アンプは増幅器ともいい、電気信号を大きくする (増幅する) 装置です。マイクは、音声信号を電気信号に変換して取り込みます。アンプはそれを増幅します。そして、スピーカは増幅された信号をふたたび音声信号に変換して鳴らす訳です。

さて、このようなマイクとスピーカの組合せがあるときに、マイクとスピーカを近づけてみることを考えてみましょう。マイクが何か雑音を拾うと、それが増幅されてスピーカで鳴ります。いま、マイクがスピーカの近くにある場合を考えていますから、スピーカで鳴った音がマイクに入ります。そうしてマイクに入った音声は、またまた増幅されてスピーカから鳴るようになります。たとえば、マイクから入った信号が、スピーカを通して、またマイクに入るときに、1.1 倍になったとしましょう。すると、2 回繰り返せば $1.1 \times 1.1 = 1.21$ 倍、3 回繰り返せば、$1.21 \times 1.1 = 1.331$ 倍、10 回繰り返せば 2.6 倍、20 回繰り返せば 6.7 倍、100 回繰り返せば、13,781 倍になります。マイク・アンプ・スピーカというように、いくつかのステップを踏んでいるところが違いますが、これまでお話してきたようなねずみ算的な増え方という意味では、全く同じです。電気回路ではほとんど瞬時に信号が伝わりますから、短い時間にとてつもなく大きな音になります。このようにしてどんどん音が大きくなってしまう現象がハウリングです。

ハウリングは、このような仕組みである (B) とすると、どのようにして検証 (C) することができるでしょうか。一つは、増幅率を下げてみれば、ハウリングは起こりにくくなるでしょう。また、マイクとスピーカを離せば、ハウリングが起こりにくくなると予想されます。皆さんがカラオケに行ったときに試してみてください。

このハウリングが続くと、爆発的な音の大きさになってもいいのですが、実際にはそうはなりません。最近の機材の場合には、ハウリングを抑えるような回路を組み込んでありますから、それが抑えている部分もあります。また、そもそも、アンプの性能として、ある程度大きい信号は増幅できなくなります。そこで、無限に大きな音が発生するようにはなりません。

ハウリングを別の観点から考えてみましょう。原因 (マイクが音を拾う) から発生する結果 (スピーカから音がでる) が、再び原因 (スピーカから出た音をマイクが拾う) となったために繰り返し増幅が行われるわけです。このように、結果が影響して再び原因となるようなシステムを、一般にフィードバックといいます。その中でも、ハウリングで見たように、最初の (静かな) 状態からどんどん離れていくようなフィードバックを正のフィードバックといいます。

ハウリングは正のフィードバックの例でした。それでは、他にどのような正のフィードバックがあるでしょうか。

講義の品質

講義の品質と学生の講義態度には、正のフィードバックが作用していると考えられます。教員が良い講義を行えば、学生も積極的になり、学生が積極的になれば、教員も頑張って良い講義をしようとします。あるいは、悪い講義の場合には、学生がやる気を無くし、それを感

じた教員も手抜きをするでしょう。そのために、講義の品質はもっと下がることになるでしょう。こうした例は正のフィードバックです。

なお、講義の例について、講義がよくなっていく場合を「好循環」、講義が悪くなっていく場合を「悪循環」と言ったりします。しかし、どちらも、元の状態から離れていくので「正のフィードバック」であることに気づいてください。

また、皆さんが書いたリアクションペーパーに対する教員側からの行動があれば、それもフィードバックといいます。これは、ここで述べた科学技術に関するフィードバックとは、やや意味合いが異なって、一つの行動に対する返答をフィードバックと言っています。日常用語と、科学技術用語と、意味合いが若干異なることがあるので、気をつけてください。

科学と技術

科学と技術の関係も正のフィードバックです。技術が進めば科学が進展します。生命の自然発生説を否定したパスツールの研究や、ブラウン運動の発見でも、顕微鏡は重要でした。2016 年度のノーベル賞（医学生理学賞）を受賞した大隅氏は「顕微鏡を見ていた時間の長さは誰にも負けない」とコメントしています。逆に言えば、顕微鏡がなければ研究は進まなかったでしょう。

逆に、科学が技術を進展させます。ガリレオの時代には正確な時計はありませんでした。ところが、ガリレオが振り子の等時性を発見することが、正確な時計を開発する道を開きました。電気と磁気に関する研究が無ければ、モーターはできず、エレベータもエスカレータもできなかったでしょう。

一つの技術がその分野に役立つ、という例もあるかもしれません。しかし、総合的に科学が進展すると、総合的に技術が発達し、技術によって科学も進展していくのです。そして、科学者や技術者が科学の ABC の手法を身につけ、興味をもって研究活動をするので、この正のフィードバックは、誰にも止められないものになっているのです。

デフレスパイラル

経済学でも正のフィードバックを見ることができます。例えば、今、日本経済で問題になっている「デフレ」（デフレーション）です。デフレとは、物が売れなくなる経済状態です。物が売れなくなると、価格を下げて売ろうとします。ところが、価格を下げるためには、人件費を下げます。人件費が下がると、収入が減ってしまい、物を買おうという意欲が減ります。すると、物が売れなくなります。

こうして、物価が下がって給与が減っていくのがデフレスパイラルです。

インフレーション

デフレに対する現象が「インフレ」（インフレーション）です。インフレの場合もデフレと同様に正のフィードバックです。

インフレにも様々な要因があり、分類がなされています。ここでは、例えば、ということで、次のような説明をしてみます。

物が足らなくて、多くの人が買おうとする。すると、物価が上がる。物価があがっても物が売れれば儲かる。すると給与も増える。給与が増えれば、物を買おうとする人が多くなる。すると物が足らなくなる。そして、物価が上がります。

アイス・アルベド・フィードバック

例えば、アイス・アルベド フィードバックは気候システムの中でよく知られたフィードバックです。例えば、地球の表面の雪氷が何らかの理由で増えたとしましょう (原因)。すると、氷は太陽光線を反射しやすいので地球の温度は低下する (結果) と考えられます。地球の温度が低下すると、雪が降りやすく、また、地表の水は氷易くなります。そのため、地球の表面

の雪氷の面積は増えると予想されます。これを繰り返すと、地球は急速に寒冷化すると考えられます。

ちなみに、実際に 6 億年前に地球全体が凍ってしまったのではないか、ということが考えられています。この説は、スノーボールアース仮説として知られています。

ガイア仮説

これまでは、正のフィードバックの例をあげてみました。どれも最初の状態から離れていくようなシステムでした。今度は逆に、元の状態へ戻ろうとするようなフィードバックを考えます。そのようなフィードバックは、負のフィードバックと呼ばれています。

ハウリングのところで、マイクが拾う音声が、1.1 倍になるとしたら、という過程でお話しました。同じ問題で、0.9 倍だったらどうでしょうか。マイクが拾う音声が、スピーカーを通して伝わって、再びマイクが拾うときに 0.9 倍になったとしましょう。これを繰り返すと、２回目のときには 0.9 x 0.9 = 0.81 倍になります。3 回目のときには 0.81 x 0.9 = 0.729 倍になります。これを繰り替えしていくと 0 に近づきます。つまり、ハウリングが起こっていないときには、マイクとスピーカーの間で繰り返す間に消滅してしまうでしょう。これが負のフィードバックです。

気候に関連した負のフィードバックの例として、「ガイア仮説」を紹介したいと思います。何らかの影響で下がったとします。もしも、気温がどんどん下がっていくようであれば、それは元の状態から外れていくので正のフィードバックです。もしも気温が、もとの気温に戻ろうとするなら、変化が打ち消されるので負のフィードバックです。アイス・アルベドフィードバックの場合には、温度変化が大きくなる正のフィードバックでした。

ガイア仮説の場合には、そのに、白っぽい花と、黒っぽい花の２種類の花が生息していることを想定します。気温が下がったときにどのようなことが起こるかを考えてみましょう。気温が下がった際に、生き延びるのは、どちらの花でしょうか。太陽からの光を受けて自らの温度を上げやすい黒っぽい花の方です。そこで、白っぽい花は生息数を減らし、黒っぽい花がむしろ広く分布するようになるでしょう。すると、惑星全体が黒っぽくなり、太陽光線を効率的に受け取りやすくなります。そして、惑星の気温を上げる効果が生じるでしょう。結果的に、惑星の気温は、花が生息していない場合よりも変化が小さくなることが予想されます。惑星の気温が上がった場合には逆に白い花が増えて気温を押し下げる効果をもたらすことが予想されます。

惑星に生物が生存することで、惑星の気候が安定する効果があるのではないか、とするのがガイア仮説です。生物の特徴は「恒常性」です。つまり、外部からの刺激があったとしても、生きているものは元に戻ろうとします。ウィルスが侵入すると、それを殲滅する仕組みがあります。気温が高くなると、体温を下げるような仕組みが作動します。惑星に生命が生息することで、惑星全体でも恒常性のような性質が現れるとするのが、ガイア仮説です。

フィードバックは、複数のステップを介しているために分かりにくいことがあります。しかし、それがわかると、ねずみ算と同じように考えることができます。また、フィードバックの場合には、ステップごとに考えるために、負のフィードバック (最初の状態に戻ろうとするフィードバック) も考えることができ、より応用範囲を広げて考えることができるようになります。

11.3 複雑系科学

ここまで紹介したような話は、どのような物理学的な意味があるのか、改めて考えてみましょう。

例えば、ベーコン数の例について考えてみましょう。世界中の人間が、４人程度の人を介して継っていることは、実は弊害もあります。インフルエンザや HIV など感染症は拡大しやすいことを意

味しています。実際、ヨーロッパではペストが流行して人口の 1/3 が失われてしまったこともありますし、インフルエンザの大流行で 100 万人単位で人が亡くなったこともありました。このような爆発的な感染拡大 (パンデミック) はどうやったら防ぐことができるのか、それを考えることは重要なテーマです。

次の例として、薬について考えてみましょう。薬には副作用があり、特定の薬の組合せで服用すると非常に危険な場合があります。逆に、漢方薬では、複数の種類の漢方薬を組み合わせて (例えば３種類の漢方薬を組み合わせて) 初めて効果が出る場合があります。しかしどうでしょう。人類がこれまで薬として利用しているものは、数万にも及ぶでしょう。その２つの組合せは数億以上になり、３つの組合せは数兆以上にもなります。とても簡単に実験して調べられる数ではありません。そこで、何らかの方法で調べなればならいない組み合わせを絞っていくことが重要になってきます。

３つめは遺伝子です。生物学の発達により、細胞内の遺伝情報を読み取ることができるようになってきました。そのためにいろいろな問題が発生しつつあります。例えば、人工的に遺伝情報を変更して便利な生物を誕生させりしています。病気に強い大豆などです。しかし、そうした遺伝子操作によってできた作物は、果たして人間に害はないのでしょうか。生体の中には様々なたんぱく質があり、そうしたたんぱく質が、相互に影響しあっていることが考えられます。そうした状況下での安全性を考えることは、非常に困難な問題です。

このように、これからの人間は、沢山の数の組合せやつながりがあることを前提として、それをどう扱うか、どうコントロールするか、ということを考えていかなければなりません。そして、こうしたことを研究する学問は、複雑系科学とよばれ、近年、研究が進みつつあります。